СРАВНЕНИЕ РЕАЛИЗАЦИЙ НА ЭВМ ДВУХ МЕТОДОВ ПРОСТОЙ ИТЕРАЦИИ: ОПТИМАЛЬНОГО ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОГО И СИММЕТРИЗОВАННОГО ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКОГО

Сорокин П.Н., Ченцова Н.Н.[1]

Москва

НИИ Системных Исследований РАН

[1] МГУ им. М.В.Ломоносова

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 09-01-00625).

Введение

- В работе изучаются итерационные методы решения системы линейных уравнений

  $$Ax = b, \qquad (1)$$

  где A – вещественная квадратная матрица размерности m x m, m – целое, $m \geq 1$, x, b – вектора-столбцы из R^m.

- **Определение 1.** Будем говорить, что матрица A удовлетворяет условию *(W(A))*, если все собственные значения $\alpha_k(A)$ матрицы A – вещественные, некратные и принадлежат множеству W(A) – объединению двух отрезков:

  $$W(A) = [-t(A),-s(A)] \cup [\mu(A),M(A)],\ 0 < s(A) < t(A),\ 0 < \mu(A) < M(A).$$

- **Определение 2.** Двухпараметрическим методом простой итерации с параметрами α, β из пространства R, $\beta \neq 0$ называется метод построения последовательности x^n векторов из пространства R^m:

$$x^{n+1} = x^n + \alpha(Ax^n - b) + \beta A(Ax^n - b). \qquad (2)$$

- **Определение 3.** Симметризованным однопараметрическим методом простой итерации с параметром α из пространства R, $\alpha \neq 0$ для системы *(1)* нами называется метод построения последовательности x^n векторов из пространства R^m:

$$x^{n+1} = x^n + \alpha(A'Ax^n - A'b), \qquad (3)$$

где A' – матрица, транспонированная к матрице A.

Основные теоремы

- **Теорема 1.** Если матрица A удовлетворяет условию $(W(A))$, то оптимальный метод простой итерации (2) с параметром $\alpha_0 = (s(A) - \mu(A))\beta_0$ сходится к решению системы (1). Параметр $\beta_0 = - 2/(\mu(A)s(A) + M(A)s(A) - \mu(A)M(A) + M(A)^2)$, если $t(A) - s(A) \le M(A) - \mu(A)$, иначе $\beta_0 = - 2/(\mu(A)s(A) + \mu(A)t(A) - s(A)t(A) + t(A)^2)$.

- **Теорема 2.** Если матрица A удовлетворяет условию $(W(A))$, то симметризованный однопараметрический метод простой итерации (3) сходится при параметре $\alpha_0 = -2/(M(A'A) + m(A'A))$, где $m(A'A) > 0$ – нижняя граница спектра матрицы $A'A$, а $M(A'A) > 0$ – верхняя граница спектра матрицы $A'A$.

Литература

1. *Сорокин П.Н., Ченцова Н.Н.* **Оптимальный метод простой итерации со спектром из отрицательного числа и положительного отрезка** *//“Математика. Компьютер. Образование”. Сборник научных трудов. Под ред. Г.Ю. Ризниченко, Москва-Ижевск, “Регулярная и хаотическая динамика”, 2008, т. 2, стр. 84-87.*

2. *Сорокин П.Н., Ченцова Н.Н.* **Оптимальный метод простой итерации со спектром из двух отрезков разных знаков** *//“Математика. Компьютер. Образование”. Сборник научных трудов. Под ред. Г.Ю. Ризниченко, Москва-Ижевск, “Регулярная и хаотическая динамика”, 2009, т. 2, стр. 16-19.*